المساند الانزلاقية Sliding Bearing

٢- تصميم المساند الهيدروديناميكية Full Film Hydrodynamic Bearings

في حاله المسند الهيدروديناميكي الكامل يكون الحمل مستند داخل المسند على طبقة مستمرة من الزيت اي انه لا يحدث تلامس بين المسند وبين العمود الدوّار، وانما ينشأ الضغط اللازم لإسناد الحمل من الحركة النسبية بين العمود والمسند، كما في الشكل (٤-٩). شاع استخدام المساند الهيدروديناميكية في محركات الاحتراق الداخلي لتثبيت عمود المرفق اذ يكون المسند الهيدروديناميكي من سطح محيطي متكامل وهناك تطبيقات يكون المسند مجزأ محيطيا partial bearing ، الطريقة المعتمدة في هذه المحاضرات هي استخدام المخططات charts وهذه الطريقة تصلح للمساند الكاملة full film، وليس للمساند المجزأة.

يتضمن تصميم المساند الانزلاقية الخصائص المهمة الاتية للمسند والتي يمكن تصنيفها الى قسمين:

خصائص يمكن التحكم بها من قبل المصمم	خصائص لا يمكن التحكم بها من قبل المصمم، الا بصورة غير مباشرة
١- نوع الزيت ولزوجته μ	١- معامل الاحتكاك f
٢- سعة التحميل $P = W/LD$	٢- ارتفاع درجة الحرارة ΔT
٣- السرعة N	٣- معدل التدفق الحجمي للزيت Q
٤- ابعاد المسند L ، c ، r	٤- أقل سمك لطبقة الزيت h_0

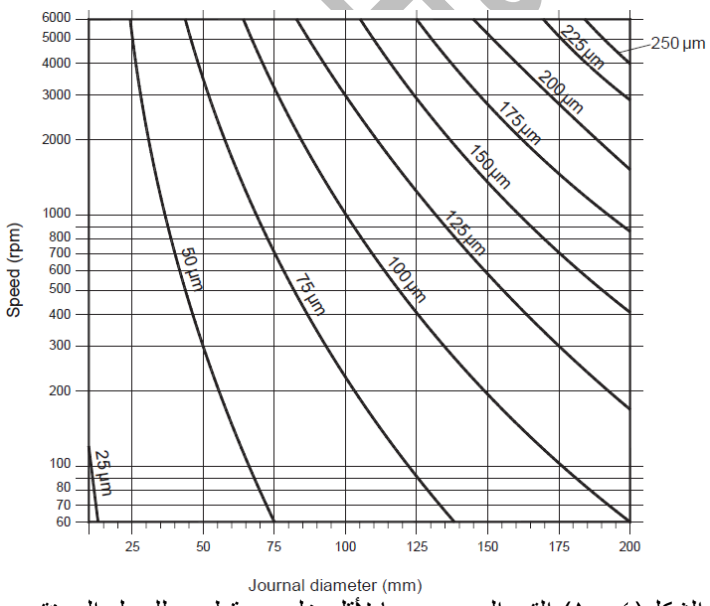
ان قيمة كل من السرعة والحمل ونصف قطر المسند تحدد من خلال متطلبات تصميم الماكنة والاجهاد والانحراف. لذا فان عمليه تصميم المساند الانزلاقية تتكون بشكل اساسي من تحديد قيمة الخلوص القطرية c وطول المسند L ولزوجة الزيت μ ، فهي ذات طبيعة تكرارية iterative اي اننا نجرب قيما اولية للخلوص ولطول المسند وللزوجة الزيت، ثم بعد ذلك يتم حساب معايير الاداء المختلفة واعادة الخطوات وتكرارها لحين الحصول على نتائج مرضية وتصميم أمثل.

ان معايير التصميم الامثل تتمثل في تقليل الخسائر الاحتكاكية الى اكبر قدر ممكن او تقليل التغير في درجة حرارة الزيت أو تقليل الكمية اللازمة من تدفق الزيت أو الحصول اكبر سعة للحمل اضف الى ذلك تقليل الكلفة التصنيعية الى اكبر قدر ممكن، ولعل افضل طريقه للحصول على مثل هذه النتائج استخدام برامج حاسوبية معدة لهذا الغرض.

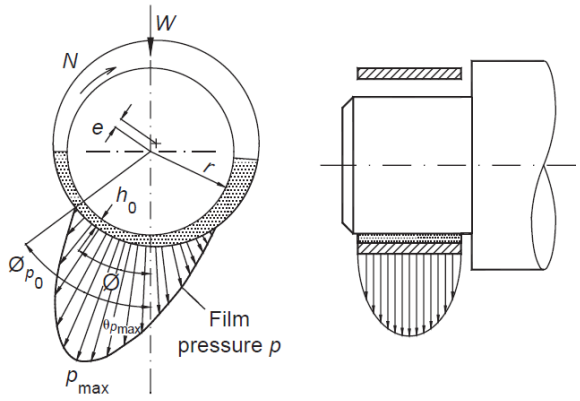
ان مقدار الخلوص بين المسند وبين العمود يعتمد على متوسط قطر العمود وعلى دقة الماكنة وعلى الخشونة السطحية وكذلك على اعتبارات التمدد الحراري للمواد المستخدمة، هناك مدى عام يمكن الاعتماد عليه في تحديد قيمة الخلوص نصف القطري، c وهي ان تكون ضمن المدى:

$$0.001r < c < 0.002r \quad \text{أو} \quad 0.001D < 2c < 0.002D$$

حيث ان r يمثل متوسط نصف قطر العمود، يبين الشكل (٤-١٠) القيم الموصى بها للخلوص نصف القطري كدالة لقطر المسند والسرعة الدورانية وذلك للمساند ذات التحميل المستقر steady



الشكل(٤-١٠) القيم الموصى بها لأقل خلوص قطري للحمل المستقر



الشكل(٤-٩) توزيع الضغط حول المسند

Hazim Khaleel

لقيم معينه من W, N, μ, L, c, r يمكن حساب اداء المسند الانزلاقي الا ان هذا يتطلب تحديد توزيع الضغط داخل المسند وكذلك تحديد قيمة اقل سمك لطبق الزيت وموقعها الزاوي وكذلك معامل الاحتكاك ومقدار تدفق الزيت Q واكبر مقدار للضغط الناشئ p_{max} وكذلك مقدار التغير في درجه الحرارة ΔT للزيت.

ان توزيع الضغط في المساند الانزلاقية المبين بالشكل (٤-٩) يمكن ايجاده من خلال حل معادله نايير - ستوك لجريان الموائع والتي تم ايجادها من معادلة رينولدز والمعطاة بالشكل الاتي

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right)=6V\frac{\partial h}{\partial x}+6h\frac{\partial V}{\partial x} \qquad \dots\dots\dots (2)$$

حيث يمثل h سمك طبقه الزيت و μ اللزوجة الديناميكية و p ضغط الزيت و V سرعة المسند والاحداثيات x, y, z هي الاحداثيات الكارتيزية. ان معادلة رينولدز يمكن حلها بالتقريب الرياضي او بالتحليل العددي وما ان يتم ايجاد توزيع الضغط بعدها يمكن ايجاد متغيرات الاداء للمسند بدلالة كل من سعه التحميل P والخسائر الاحتكاكية ومعدل جريان الزيت Q وكذلك الارتفاع في درجات الحرارة ΔT

اذا كان المهندس يرغب في تجنب حل المعادلة أعلاه، فهناك طريقه اخرى يمكن اتباعها من خلال سلسلة من المخططات التي تم انشاءها بطريقه الحل التكراري للمعادلات. هذه المخططات يمكن من خلالها ايجاد سمك طبقه الزيت ومعامل الاحتكاك ومقدار تدفق الزيت واقل سمك لطبقة الزيت وموقعها وكذلك اكبر ضغط وموقعه، وكذلك زاوية الانقطاع. كل هذه المتغيرات معطاة بدلالة عدد سمرفيلد Sommerfield number كما في الاشكال (٤-١١) الى (٤-١٨)

ان عدد سمرفيلد، يمكن ان نعتبره العدد المميز للمسند، ويعرف بالمعادلة الاتية:

$$S=\left(\frac{r}{c}\right)^2\frac{\mu N_s}{P} \qquad \dots\dots\dots (3)$$

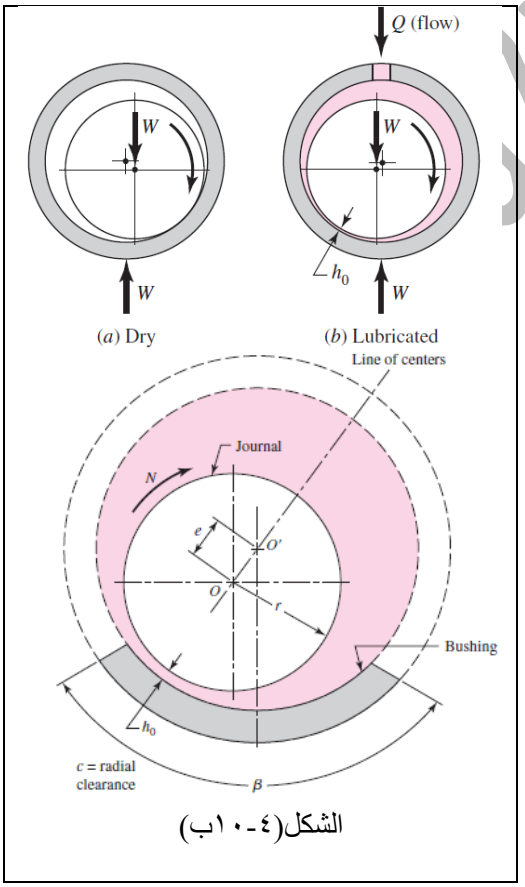
r : نصف قطر المسند

c : الخلوص نصف القطري

μ لزوجة الزيت

N_s سرعة العمود دورة بالثانية rps

$P = W/LD.$



الشكل(٤-١٠ب)

مما يجب الانتباه له بشكل خاص هي الوحدات التي يتم اعتمادها في تصميم المساند الانزلاقية، لقد تم انشاء عدة مخططات باستخدام نظام الوحدات الموحد لغرض تبسيط تصميم المساند الانزلاقية، ومن الأمثلة على التقيد بالوحدات اثناء تطبيق العلاقات المختلفة لعدد سمرفيلد ان السرعة الدورانية يجب ان تكون بوحدات دورة بالثانية وليس بالدقيقة.

لو امعنا النظر في المسند المبين في الشكل (٤-١٠ب) نلاحظ انه عند دوران العمود بالاتجاه المبين فان الزيت سوف يتم دفعه باتجاه عقرب الساعة مما يؤدي الى ضغطه داخل الشكل المتقارب الذي يمثل الخلوص بين المسند والعمود. الموقع الزاوي الذي يكون فيه سمك طبقه الزيت h_0 اقل ما يمكن يسمى زاوية الاقتراب، والازاحة بين مركز العمود ومركز المسند تسمى باللامركزية e

$$h_0 = c - e \qquad \dots\dots\dots (4).$$

والنسبة بين اللامركزية والخلوص النصف القطري تسمى بنسبة اللامركزية

$$\epsilon = \frac{e}{c} \qquad \dots\dots\dots (5).$$

اما النسبة بين أقل سمك لطبقه الزيت والخلوص نصف القطري فيمكن ايجاده من العلاقة الاتية

$$\frac{h_0}{c} = 1 - \epsilon \qquad \dots\dots\dots (6).$$

من الفرضيات التي تم اعتمادها في تحليل المساند الانزلاقية ان لزوجة

Ayim Khaled

الزيت تبقى ثابتة اثناء مروره داخل المسند، الا ان الشغل الذي يتم انجازه على الزيت يؤدي الى رفع درجة حرارته اثناء مروره داخل المسند. يبين الشكل (٧)، التغير في لزوجة الزيت مع تغير درجة حرارته لعدة زيوت، اذ يمكن ملاحظة الفرق الكبير في لزوجة الزيت واعتمادها على درجة الحرارة.

ان بعض الزيت الداخل الى المسند سوف ينساب من طرفي المسند حاملا معه بعض الحرارة اما الجزء المتبقي فانه يبقى في داخل منطقة التلامس بين العمود والمسند حاملا ما تبقى من الحرارة معه.

ان درجة حرارة الزيت التي يمكن اعتمادها لإيجاد اللزوجة يمكن اعتبارها على انها معدل درجتي حرارة الدخول والخروج

$$T_{av} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{2} = T_1 + \frac{\Delta T}{2} \qquad \dots\dots\dots (7)$$

T_1 : درجة حرارة الزيت الداخل

T_2 : درجة حرارة الزيت الخارج.

من العوامل المهمة التي نحتاج تحديدها هي درجة حرارة الزيت الخارج من المسند ويمكن معرفة ذلك بطريقة التجربة والخطأ، اذ يمكن تخمين الفرق في درجات الحرارة، وبالتالي يمكن ايجاد لزوجة الزيت من خلال فرق درجات الحرارة التي تم تخمينها واكمال الحسابات ، اذا كان الفرق في درجات الحرارة الذي يتم حسابه فيما بعد، بعيد عن الدرجة التي تم تخمينها يتم إعادة الخطوات من جديد باستخدام القيمة الجديدة لدرجة الحرارة وهكذا يتم الاستمرار لحين الاقتراب بين القيمتين.

اذا كان طول المسند L معلوما وكذلك قطر العمود D والخلوص نصف القطري c، ونوع الزيت ودرجة الحرارة فيمكن تلخيص خطوات تصميم المساند الانزلاقية لإيجاد بقية المتغيرات كما يأتي:

١- حدد سرعة المسند N ، والحمل المسلط عليه W

٢- اذا كانت الابعاد D و L لم يتم تحديدها بعد، حددها بحيث تكون قيمة سعة التحميل $P = W/LD$ بين $0.34\ \mathrm{MN/m^2}$ للمكائن الخفيفة و $13.4\ \mathrm{MN/m^2}$ للمكائن الثقيلة.

٣- حدد قيمة الخلوص نصف القطري c من الشكل (٤-١٠)

٤- حدد نوع الزيت المستخدم، معتمدا على السرعة او التوافق بين خصائص الزيت المختلفة وبشكل عام كلما كانت السرعة اعلى نحتاج زيت لزوجته واطئة.

٥- احسب مقدار التغير في درجة الحرارة ΔT خلال المسند، والقيمة التي يتم اخذها بشكل اولي تكون غير مهمة عادة ويمكن اعتماد $\Delta T = 10°C$ كنقطة انطلاق أولى. كما يمكن زيادة هذه القيمة للمساند ذات السرعات العالية.

٦- احسب معدل درجة حرارة الزيت من المعادلة (٧) واحسب من خلالها اللزوجة المقابلة لنوع الزيت من الشكل (٧).

٧- جد عدد سمرفيلد S من المعادلة (٣) واحسب نسبة الطول الى القطر (L/D).

٨- استخدم المخططات (٤-١٢) الى (٤-١٤) لإيجاد معامل الاحتكاك ومعدل الجريان الكلي ونسبة الزيت المنساب من الجوانب الى الزيت الكلي وذلك لنسب مختلفة من عدد سمرفيلد S ونسبة الطول الى القطر L/D.

٩- احسب ارتفاع درجة الحرارة الزيت ΔT بعد مروره خلال المسند، من المعادلة الاتية

$$\Delta T = \frac{8.30 \times 10^{-6} P}{1 - \frac{1}{2}(Q_s/Q)} \times \frac{(r/c)f}{[Q/(rcN_sL)]} \qquad \dots\dots\dots (8)$$

١٠- واذا كانت قيمة درجة الحرارة المحسوبة من المعادلة (٨)، تبتعد عن درجة الحرارة التي تم تخمينها في البداية بمقدار $0.5\ °C$ اعد الحسابات من الخطوة ٦ فصاعدا ، باستخدام درجة الحرارة الجديدة لغرض حساب معدل درجة حرارة الزيت ، اذا تم الاقتراب والتحقق من درجة حرارة الزيت والارتفاع في درجة حرارة الزيت يمكن بعدها ايجاد معدل تدفق الزيت الكلي ومعدل التدفق الجانبي ومعامل الاحتكاك وفي هذه الحالة فان المسند يجب تجهيزه بمقدار كافي من الزيت ليعمل بشكل صحيح

١١-قم بتدقيق قيم عدد سمرفيلد ونسبة الطول الى القطر بحيث تعطي افضل عمل للمسند من خلال تقليل الاحتكاك وأعلى سعة تحميل على مخطط اقل سمك لطبقة الزيت (الشكل(٤-١١))، اذا كانت القيم لا تقع ضمن هذه المنطقة يمكن تحسين التصميم من خلال التحكم بالمتغيرات c, L, D وكذلك نوع الزيت ودرجة الحرارة

١٢- اذا تم إيجاد الارتفاع في درجة الحرارة، فان قيم التدفق الكلي Q والتدفق الجانبي Q_s ومعامل الاحتكاك f يمكن ايجادها.

١٣-من المخططات من (٤-١١) الى (٤-١٨) يمكن ايجاد اكبر سمك لطبقه الزيت واكبر نسبة ضغط لطبقة الزيت وموقعها.

١٤-العزم اللازم للتغلب على الاحتكاك داخل المسند يمكن حسابه من المعادلة الاتية:

$$T = fWr \qquad \dots\dots\dots (9)$$

١٥- اما الخسارة في القدرة داخل المسند فيمكن ايجادها من العلاقة الاتية:

$$Power = \omega \times T = 2\pi N_s \times T \qquad \dots\dots\dots (10)$$

Dr. Hazim Khaleel

حيث ان $\boldsymbol{\omega}$ تمثل السرعة الزاوية بوحدات (rad/s).

١٦- حدد درجة خشونة الاسطح لكل من العمود والمسند. مقدار الخشونة التي ينصح بها للمسند هي بحدود $0.4 - 0.8\ \mu m$. اما في المساند ذات الدقة العالية فيمكن صقل المساند وتنعيمها الى خشونة $0.2 - 0.4\ \mu m$

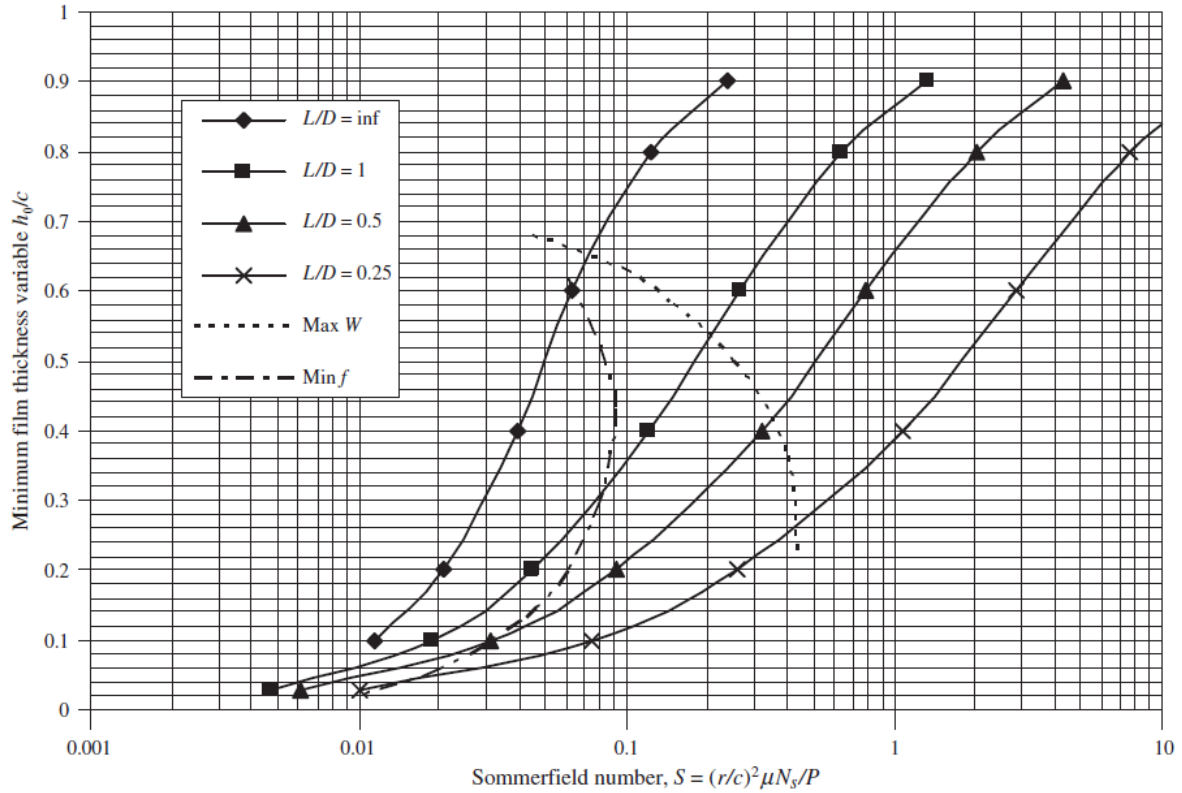
١٧-صمم دورة التزييت اللازمة ونظام منع التسرب للزيت واكمل بقيه الخطوات

ملاحظة: لقيم (L/D) غير تلك الموجودة في المخططات (٤-١١) الى (٤-١٨) ، فان كل المتغيرات يمكن ايجادها من معادلة الاستكمال الاتية:

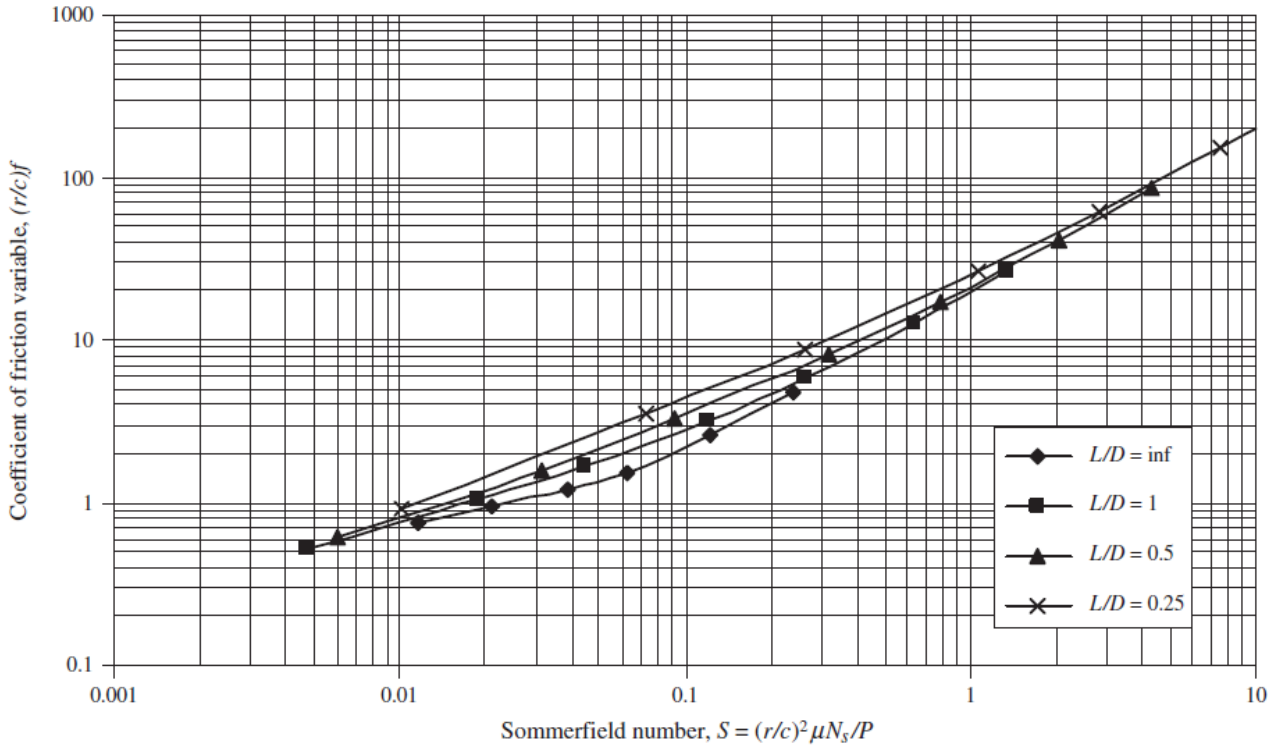
$$y = \frac{1}{(L/D)^3}\left[-\frac{1}{8}\left(1-\frac{L}{D}\right)\left(1-2\frac{L}{D}\right)\left(1-4\frac{L}{D}\right)y_\infty + \frac{1}{3}\left(1-2\frac{L}{D}\right)\left(1-4\frac{L}{D}\right)y_1 - \frac{1}{4}\left(1-\frac{L}{D}\right)\left(1-4\frac{L}{D}\right)y_{1/2} + \frac{1}{24}\left(1-\frac{L}{D}\right)\left(1-2\frac{L}{D}\right)y_{1/4}\right] \dots\dots(11)$$

حيث أن y تمثل المتغير المطلوب، ضمن الفترة $\infty \geq L/D \geq 1/4$ ، وأن y_∞ و y_1 و $y_{1/2}$ و $y_{1/4}$ تمثل تلك المتغيرات عند نسب L/D، تساوي (∞ و1 و $1/2$ و $1/4$).

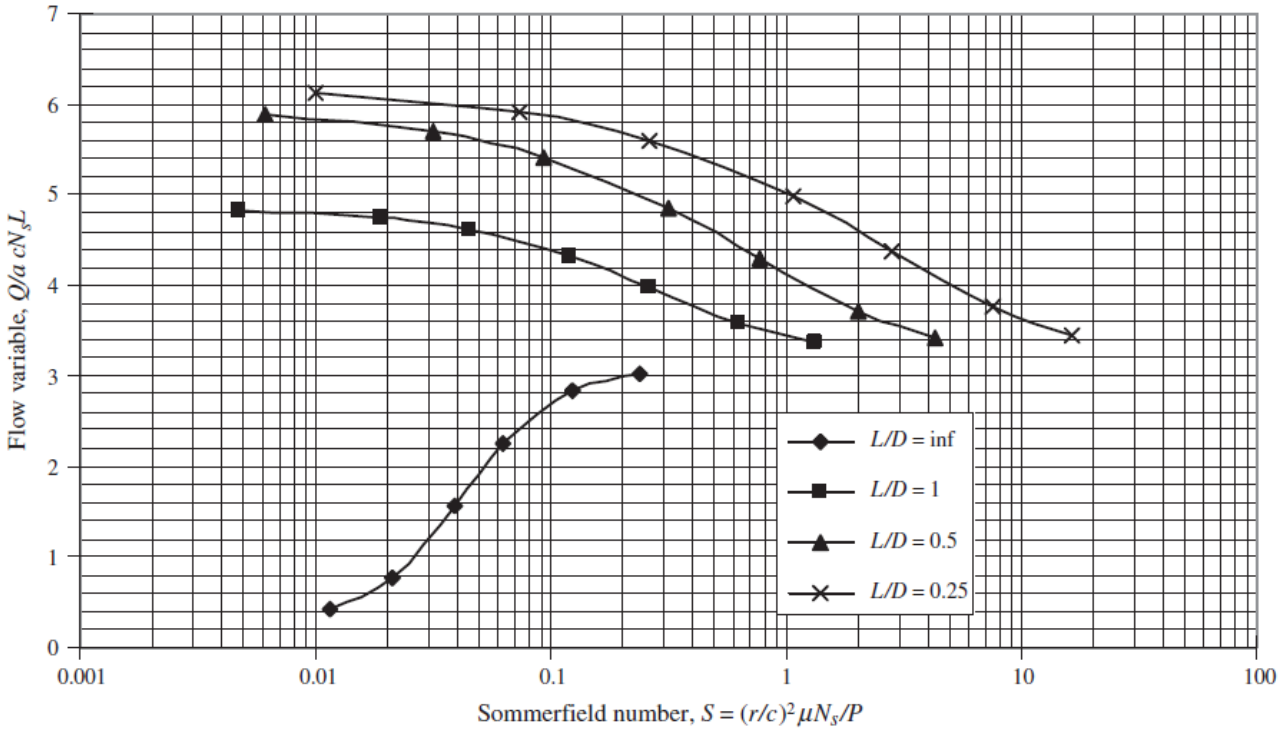
Dr. Hazim Khaled



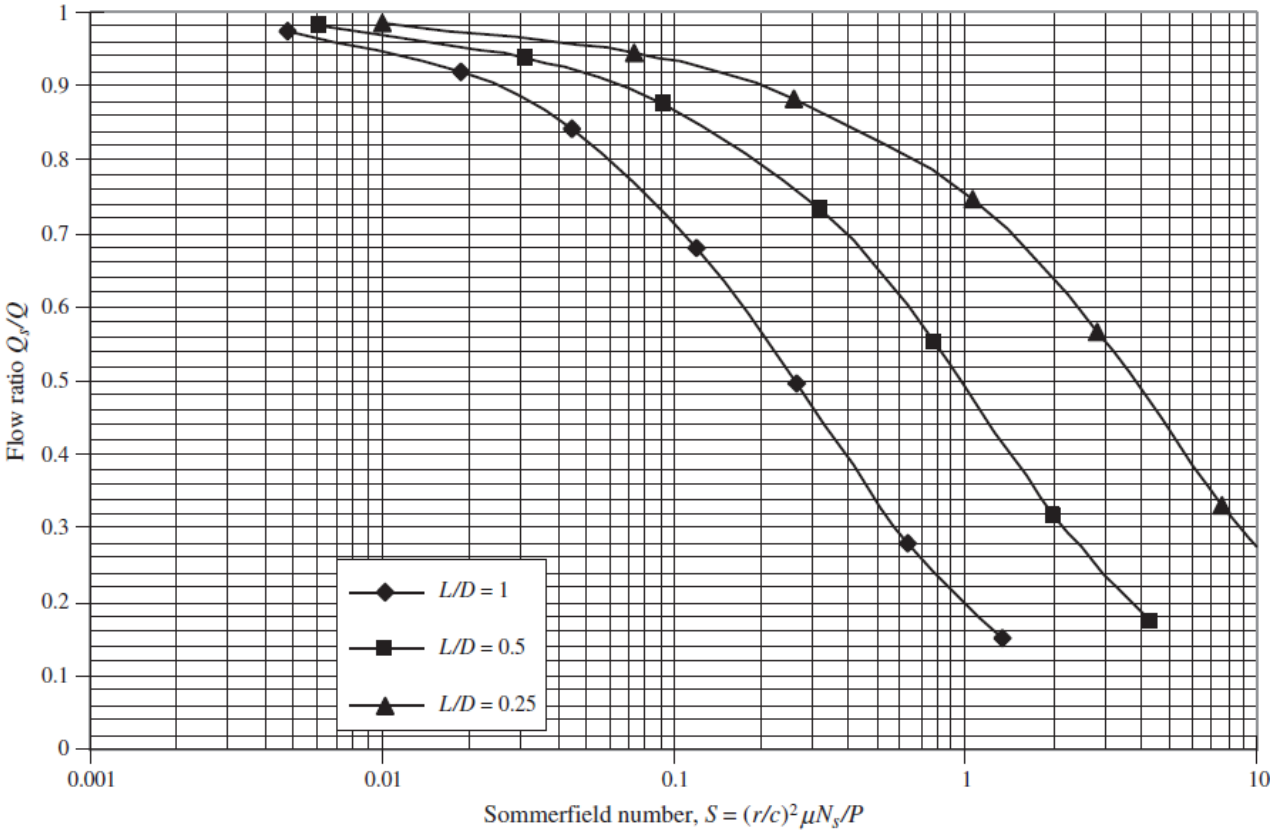
الشكل(٤-١١): مخطط أقل سمك لطبقة الزيت h_0/c مع عدد سمرفيلد S



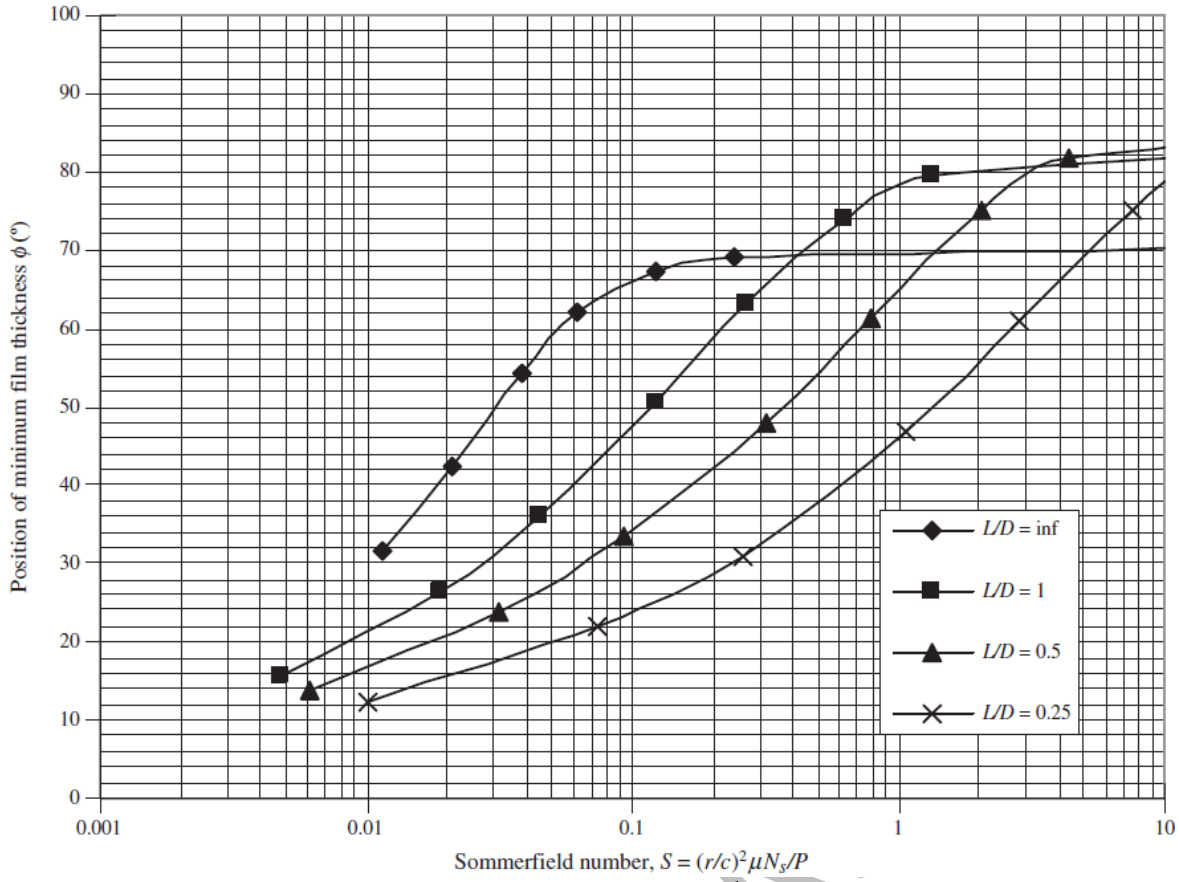
الشكل(٤-١٢): مخطط معامل الاحتكاك $(r/c)f$ مع عدد سمرفيلد S



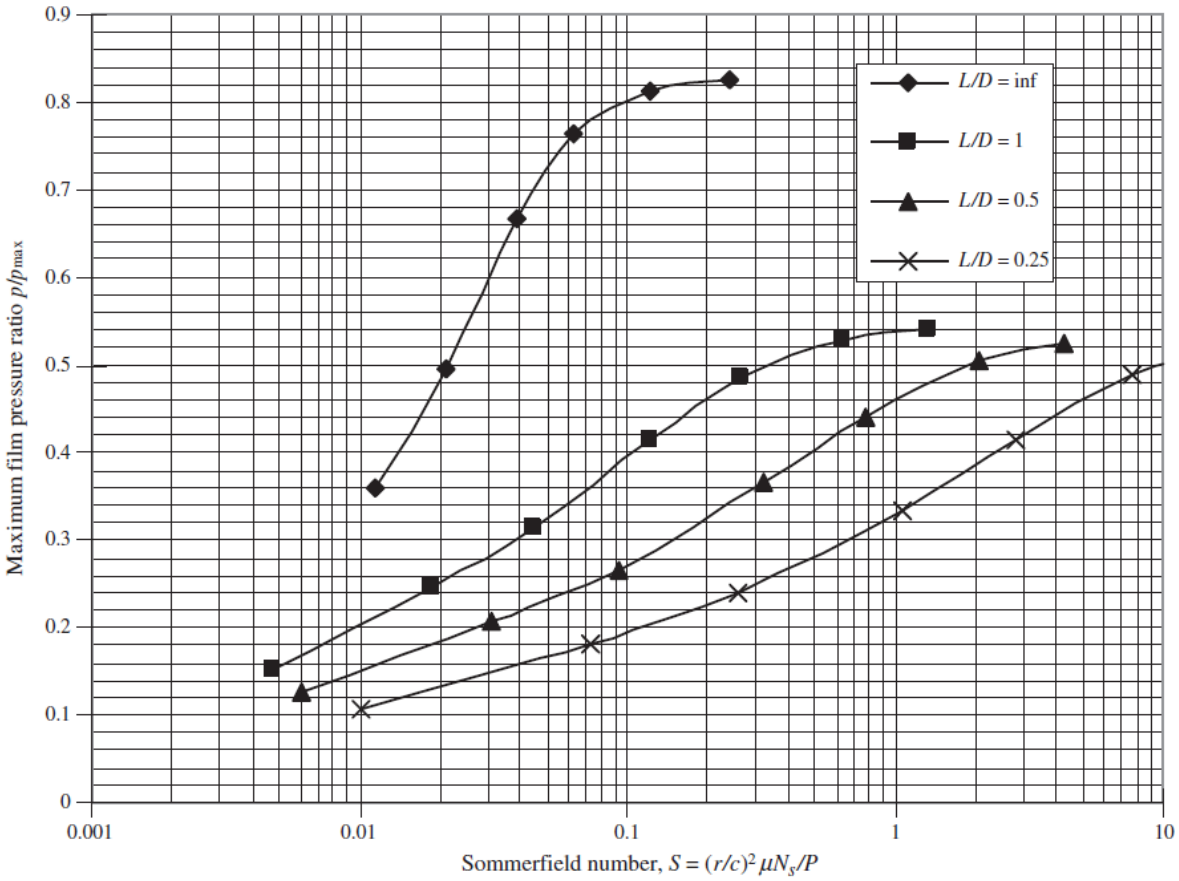
الشكل(٤-١٣): مخطط متغيرات التدفق (Q/acN_sL) مع عدد سمرفيلد S



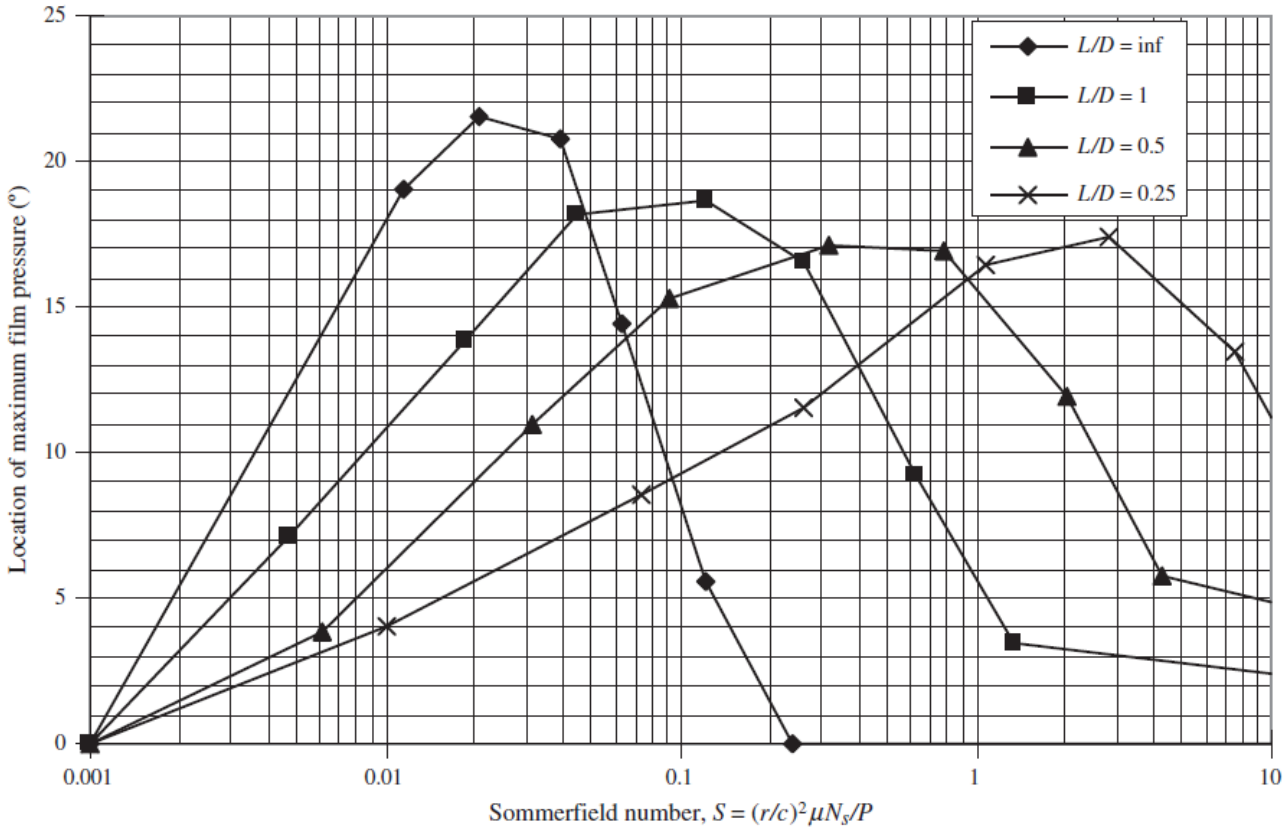
الشكل(٤-١٤): مخطط نسبة التدفق(Q_s/Q) مع عدد سمرفيلد S



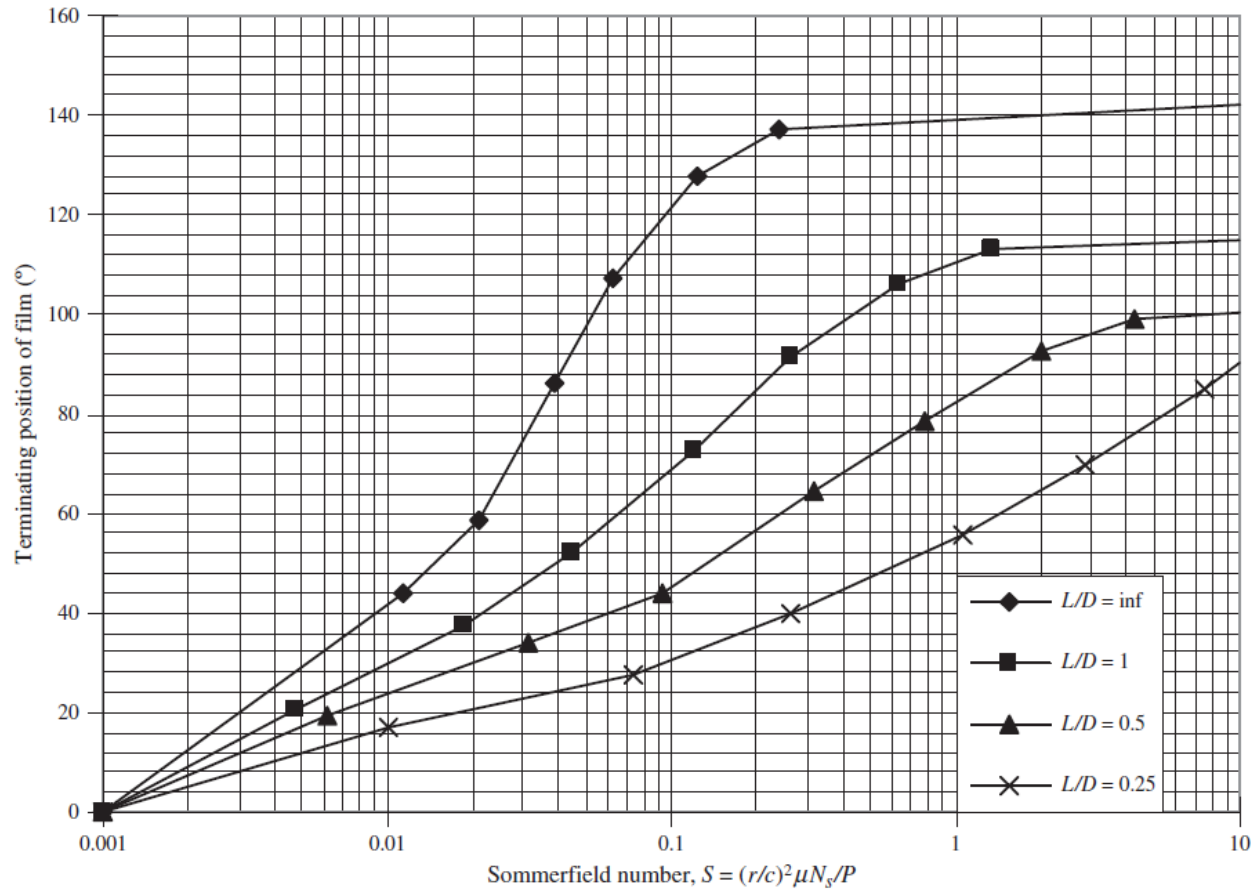
الشكل(٤-١٥): مخطط موقع أقل سمك لطبقة الزيت $(\Phi°)$ مع عدد سمرفيلد S



الشكل(٤-١٦): مخطط أكبر نسبة ضغط (p/p_{max}) مع عدد سمرفيلد S



الشكل(٤-١٧): مخطط موقع أكبر ضغط ($\Phi_{p_{max}}$) مع عدد سمرفيلد S



الشكل(٤-١٨): مخطط موقع زاوية انتهاء طبقة الزيت (Φ_{p_0}) مع عدد سمرفيلد S

Here γ is the desired variable and γ_∞, γ_1, $\gamma_{1/2}$ and $\gamma_{1/4}$ are the variable at $L/D = \infty$, 1, 1/2 and 1/4, respectively.

Example 4.2

A full journal bearing has a nominal diameter of 50.0 mm and a bearing length of 25.0 mm (see Figure 4.20). The bearing supports a load of 3000 N, and the journal design speed is 3000 rpm. The radial clearance has been specified as 0.04 mm. An SAE 10 oil has been chosen and the lubricant supply temperature is 50°C.

Find the temperature rise of the lubricant, the lubricant flow rate, the minimum film thickness, the torque required to overcome friction and the heat generated in the bearing.

Solution

The primary data are $D = 50.0$ mm, $L = 25$ mm, $W = 3000$ N, $N = 3000$ rpm, $c = 0.04$ mm, SAE 10, $T_1 = 50$°C.

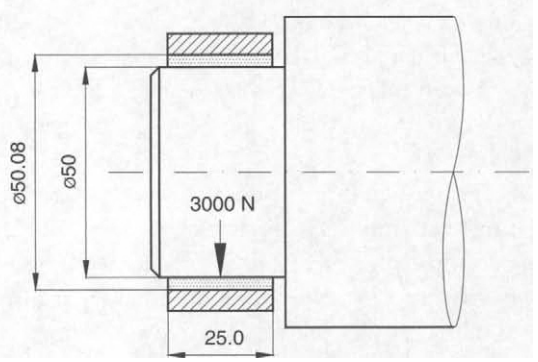
Guess a value for the lubricant temperature rise ΔT across the bearing to be say $\Delta T = 20$°C.

$$T_{av} = T_1 + \frac{\Delta T}{2} = 50 + \frac{20}{2} = 60°C$$

From Figure 4.7 for SAE 10 at 60°C, $\mu = 0.014$ Pa s.

$N_s = 3000/60 = 50$ rps,

$L/D = 25/50 = 0.5$.



$$P = \frac{W}{LD} = \frac{3000}{0.025 \times 0.05}$$

$$= 2.4 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu N_s}{P}$$

$$= \left(\frac{25 \times 10^{-3}}{0.04 \times 10^{-3}}\right)^2 \frac{0.014 \times 50}{2.4 \times 10^6}$$

$$= 0.1139.$$

From Figure 4.12 with $S = 0.1139$ and $L/D = 0.5$, $(r/c)f = 3.8$.

From Figure 4.13 with $S = 0.1139$ and $L/D = 0.5$, $Q/(rcN_sL) = 5.34$.

From Figure 4.14 with $S = 0.1139$ and $L/D = 0.5$, $Q_s/Q = 0.852$.

The value of the temperature rise of the lubricant can now be calculated using Eq. 4.9:

$$\Delta T = \frac{8.3 \times 10^{-6} P}{1 - 0.5\,(Q_s/Q)} \times \frac{(r/c)f}{Q/(rcN_sL)}$$

$$= \frac{8.3 \times 10^{-6} \times 2.4 \times 10^6}{1 - (0.5 \times 0.852)} \times \frac{3.8}{5.34}$$

$$= 24.70°C$$

As the value calculated for the lubricant temperature rise is significantly different to the estimated value, it is necessary to repeat the above calculation, but using the new improved estimate for determining the average lubricant temperature.

Using $\Delta T = 24.70$°C to calculate T_{av} gives:

$$T_{av} = 50 + \frac{24.70}{2} = 62.35°C$$

Repeating the procedure using the new value for T_{av} gives:

$$\mu = 0.0136 \text{ Pa s}$$

$$S = 0.1107.$$

From Figure 4.12 with $S = 0.1107$ and $L/D = 0.5$, $(r/c)f = 3.7$.

From Figure 4.13 with $S = 0.1107$ and $L/D = 0.5$, $Q/(rcN_sL) = 5.35$.

From Figure 4.14 with $S = 0.1107$ and $L/D = 0.5$, $Q_s/Q = 0.856$.

$$\Delta T = \frac{8.3 \times 10^{-6} \times 2.4 \times 10^{6}}{1 - (0.5 \times 0.856)} \times \frac{3.7}{5.35}$$

$$= 24.08°C,$$

$$T_{av} = 50 + \frac{24.08}{2} = 62.04°C.$$

This value for T_{av} is close to the previous calculated value suggesting that the solution has converged. For $T_{av} = 62.04°C$, $\mu = 0.0136$ Pa s and $S = 0.1107$.

The other parameters can now be found.

$$Q = rcN_sL \times 5.35$$
$$= 25 \times 0.04 \times 50 \times 25 \times 5.35$$
$$= 6688\,mm^3/s.$$

From Figure 4.11, $h_0/c = 0.22$, $h_0 = 0.0088$ mm.

$$f = 3.7 \times (c/r) = 3.7 \times (0.04/25)$$
$$= 0.00592.$$

The torque is given by

$$\text{Torque} = fWr$$
$$= 0.00592 \times 3000 \times 0.025$$
$$= 0.444\ N\,m$$

The power dissipated in the bearing is given by

$$\text{Power} = 2\pi \times \text{Torque} \times N_s = 139.5\,W.$$

Example 4.3

A full journal bearing is required for a 30 mm diameter shaft, rotating at 1200 rpm supporting a load of 1500 N (see Figure 4.21). From previous experience, the lubrication system available is capable of delivering the lubricant to the bearing at 40°C. Select an appropriate radial clearance, length and lubricant for the bearing and determine the temperature rise of the lubricant, the total lubricant flow rate required and the power absorbed in the bearing. Check that your chosen design operates within the optimum zone indicated by the dotted lines on the minimum film thickness ratio chart (Figure 4.11).

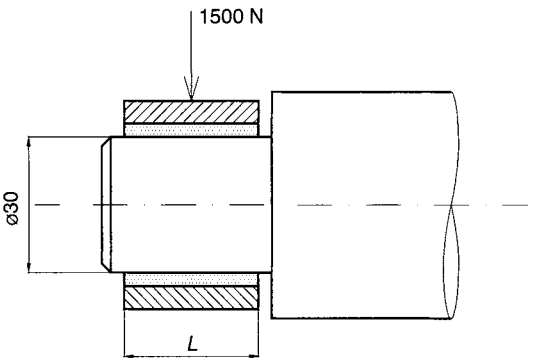


Figure 4.21 Bearing design example.

Solution

The primary design information is: $D = 30.0$ mm, $W = 1500$ N, $N = 1200$ rpm, SAE 10, $T_1 = 40°C$.

From Figure 4.10 for a speed of 1200 rpm and a nominal journal diameter of 30 mm, a suitable value for the diametral clearance is 0.05 mm. The radial clearance is therefore 0.025 mm. The next step is to set the length of the bearing. Typical values for L/D ratios are between 0.5 and 1.5. Here a value for the ratio is arbitrarily set as $L/D = 1$, i.e. $L = 30$ mm.

Given the speed of the bearing, 1200 rpm, as an initial proposal an SAE 10 lubricant is selected.

The procedure for determining the average lubricant temperature is the same as for the previous example. As a first estimate the temperature rise of the lubricant is taken as 10°C and the results of the iterative procedure are given in Table 4.3.

Table 4.3 Tabular data for Example 4.3

Temperature rise, ΔT (°C)	10	15.90	13.76	13.76
Average lubricant temperature, T_{av} (°C)	45	47.95	46.88	46.88
Average lubricant viscosity, μ (Pa s)	0.028	0.023	0.024	Converged
Sommerfield number, S	0.1209	0.09934	0.1037	
Coefficient of friction variable, $(r/c)f$	3.3	2.8	2.8	
Flow variable, Q/rcN_sL	4.35	4.4	4.4	
Side flow to total flow ratio, Q_s/Q	0.68	0.72	0.72	

$$P = \frac{W}{LD} = \frac{1500}{0.03 \times 0.03}$$
$$= 1.667 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$
$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu N_s}{P}$$
$$= \left(\frac{15 \times 10^{-3}}{0.025 \times 10^{-3}}\right)^2 \frac{\mu 20}{1.667 \times 10^6}$$
$$= 4.319\,\mu$$
$$T_{av} = T_1 + \frac{\Delta T}{2}$$
$$= 40 + \frac{10}{2} = 45°\text{C}$$

The total lubricant flow rate required is given by

$$Q = rcN_sL \times 4.4$$
$$= 15 \times 0.025 \times 20 \times 30 \times 4.4 = 990$$

With $S = 0.1037$ and $L/D = 1$, the design selected is within the optimum operating zone for minimum friction and optimum load capacity indicated in Figure 4.11.

Friction factor, f
$$= 2.8 \times (c/r)$$
$$= 2.8 \times (0.025/15)$$
$$= 0.004667$$
Torque $= fWr$
$$= 0.004667 \times 1500 \times 0.015$$
$$= 0.105\,\text{N m}$$
Power $= 2\pi N_s \times$ Torque $= 13.19$ W.

4.2.4 Alternative method for the design of full film hydrodynamic bearings

An alternative method to using the design charts of Raimondi and Boyd is to use an approximate method developed by Reason and Narang (1982). They defined an approximation for the pressure variation in a journal bearing given by:

$$p = \frac{\dfrac{3\mu V}{rc^2}\left[\dfrac{L^2}{4} - z^2\right]\left\{\dfrac{\varepsilon \sin\theta}{(1 + \varepsilon\cos\theta)^3}\right\}}{1 + \dfrac{2 + \varepsilon^2}{2r^2}\left[\dfrac{L^2}{4} - z^2\right]\left\{\dfrac{1}{(1 + \varepsilon\cos\theta)(2 + \varepsilon\cos\theta)}\right\}} \tag{4.13}$$

where μ, viscosity (Pa s); V, surface velocity (m/s); r, journal radius (m); c, radial clearance (m); L, bearing length (m); z, axial coordinate (m); ε, eccentricity variable; θ, circumferential coordinate.

This equation was integrated using an approximate method and the solution given in terms of two integrals I_s and I_c, the sine and cosine load integrals, respectively. Both I_s and I_c are functions of the L/D ratio and the eccentricity ratio ε. The values of these integrals are given in Table 4.4 along with the corresponding Sommerfield number calculated using

$$S = \frac{1}{6\pi\sqrt{I_c^2 + I_s^2}} \tag{4.14}$$

Knowing values for the integrals I_s and I_c enables the bearing parameters to be calculated as shown below.

SAE Society of Automotive Engineers
T temperature (°C), thrust load (N)
T_{av} average temperature (°C)
T_1 temperature of the lubricant supply (°C)
T_2 temperature of the lubricant leaving the bearing (°C)
V velocity (m/s)
W applied load (N)
x coordinate
X radial factor
y coordinate
Y thrust factor
z coordinate
α coefficient of expansion (K^{-1})
ϕ position of the minimum film thickness (°), attitude angle (°)
ε eccentricity ratio
μ viscosity of lubricant (Pa s)
θ circumferential coordinate
θ_{po} film termination angle (°)
θ_{pmax} location of the minimum film thickness (°)
ω angular velocity (rad/s)
ΔL change in length (m)
ΔT temperature rise (°C)

Worksheet

4.1 Identify appropriate bearings for the following applications:
(a) A single spool (shaft) gas turbine operating at 12 000 rpm with a shaft diameter of 40 mm.
(b) A turbocharger spinning at up to 150 000 rpm with a shaft diameter of 10 mm.
(c) A photocopier roller operating at 150 rpm with a spindle diameter of 10 mm.
(d) A ship's propeller shaft operating at 1500 rpm.

4.2 Which of the bearings in Figure 4.31:
(a) can support axial loads?
(b) can support combined axial and radial loads?
(c) has the highest load capacity?
(d) has the highest speed capacity?
(e) is the most common?

4.3 A plain surface bearing has been partially specified to support a load of 2000 N at a rotational speed of 20 rpm. The nominal diameter of the journal is 50 mm and the length is 50 mm. Select an appropriate material for the bearing surface.

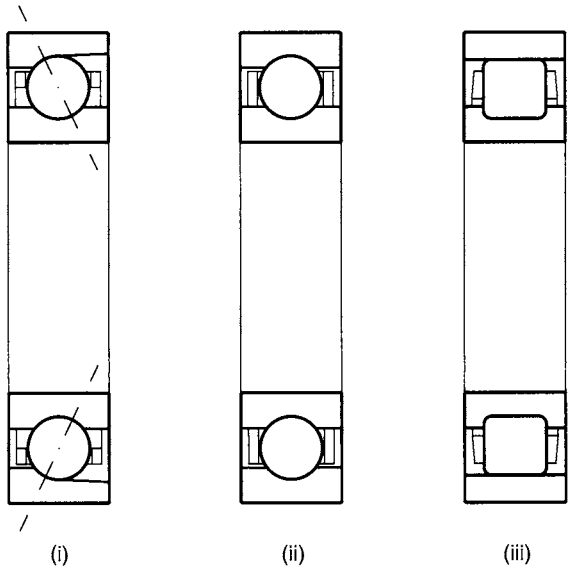


Figure 4.31 Rolling element bearings.

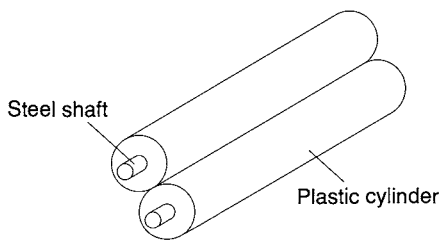


Figure 4.32 Copier rollers. Reproduced from IMechE (1994).

4.4 The paper feed for a photocopier is controlled by two rollers which are sprung together with a force of approximately 20 N. The rollers each consist of a 20 mm outer diameter plastic cylinder pressed onto a 10 mm diameter steel shaft (see Figure 4.32). The maximum feed rate for the copier is 30 pages per minute. Select bearings to support the rollers (after IMechE, 1994).

4.5 A full journal bearing has a nominal diameter of 50.0 mm, a bearing length of 25.0 mm and supports a load of 2500 N when running at the design speed of 3000 rpm. The radial clearance has been specified as 0.04 mm. An SAE 10 oil has been chosen and the lubricant supply system is capable of delivering the lubricant to the bearing at 45°C. Using the Raimondi and Boyd design charts, find the temperature rise of the lubricant,

the total lubricant flow rate required, the torque required to overcome friction and the heat generated in the bearing.

4.6 A full journal bearing has a nominal diameter of 25.0 mm and bearing length 25.0 mm. The bearing supports a load of 1450 N and the journal design speed is 2500 rpm. Two radial clearances are proposed (i) 0.025 mm, (ii) 0.015 mm. An SAE 10 oil has been chosen and the lubricant supply temperature is 50°C. Using the standard Raimondi and Boyd design charts, find the temperature rise of the lubricant, the lubricant flow rate, the torque required to overcome friction and the heat generated in the bearing for both of the proposed clearances. Determine which clearance, if any, should be selected for the bearing.

4.7 A full journal bearing is required for a shaft with a nominal diameter of 40 mm rotating at 1000 rpm. The load on the bearing is 2200 N. The lubricant supply available uses SAE 20 oil at an inlet temperature of 60°C. Select appropriate values for the radial clearance and bearing length and using the Raimondi and Boyd charts determine the overall temperature rise in the bearing. Establish that the selected design lies within the optimum zone for minimum friction and maximum load on the minimum film thickness ratio chart (Figure 4.11).

4.8 The proposed design for a full journal bearing, supporting a load of 1600 N and running at 5000 rpm, has a nominal diameter of 40 mm and bearing length of 20 mm. As part of the initial design, two radial clearances of 50 and 70 μm are proposed running with SAE 10 oil with a lubricant supply temperature of 60°C. Using the standard Raimondi and Boyd design charts determine the overall lubricant temperature rise, the total lubricant flow, the friction coefficient and the minimum film thickness for both of the proposed radial clearances and give justification for the selection of one of the clearances for use in the bearing. As a first guess for the lubricant temperature rise, ΔT can be taken as 10°C.

4.9 A full film hydrodynamic journal bearing is required for a shaft supporting a radial load of 7500 N, whilst rotating at 800 rpm. The nominal diameter of the shaft is 80 mm. Select a suitable lubricant and appropriate values for the radial clearance and bearing length. Determine the overall temperature rise in the bearing and the flow rate of lubricant required. Establish that the selected design lies within the optimum zone for minimum friction and maximum load on the minimum film thickness ratio chart. The lubricant can be supplied at an inlet temperature of 50°C using an available cooling system.

4.10 A full film hydrodynamic journal bearing is required for a shaft supporting a radial load of 2200 N, whilst rotating at 1000 rpm. The nominal diameter of the shaft is 40 mm. The lubricant can be supplied at an inlet temperature of 60°C, using an available cooling system. Select a suitable lubricant and appropriate values for the radial clearance and bearing length. Determine the overall temperature rise in the bearing and the flow rate of lubricant required. Establish that the selected design lies within the optimum zone for minimum friction and maximum load on the minimum film thickness ratio chart.

4.11 A full journal bearing has a nominal diameter of 30.0 mm, bearing length 15.0 mm. The bearing supports a load of 1000 N, and the journal design speed is 6000 rpm. The radial clearance has been specified as 0.02 mm. An SAE 10 oil has been chosen and the lubricant supply temperature is 50°C. Using the approximate method of Reason and Narang find the temperature rise of the lubricant, the lubricant flow rate, the minimum film thickness, the torque required to overcome friction and the heat generated in the bearing.

4.12 A full journal bearing has a nominal diameter of 80.0 mm, bearing length 60.0 mm. The bearing supports a load of 7500 N, and the journal design speed is 800 rpm. The radial clearance has been specified as 0.05 mm. An SAE 30 oil has been chosen and the lubricant supply temperature is 50°C. Using the approximate method of Reason and Narang for determining the design and performance of full film hydrodynamic bearings, find the temperature rise of the lubricant, the lubricant flow rate, the torque required to overcome friction, the heat generated in the bearing and the minimum film thickness.

4.13 A full film hydrodynamic journal bearing is required for a machine tool shaft which supports a radial load of 5800 N and rotates at 1470 rpm. The nominal diameter of the shaft is 50 mm. A lubrication system is available that can supply lubricant

with an inlet temperature of 60°C. Select a suitable lubricant and appropriate values for the radial clearance and bearing length. Determine the overall temperature rise in the bearing and the flow rate of lubricant required. Establish that the selected design lies within the optimum zone for minimum friction and maximum load on the minimum film thickness ratio chart.

4.14 A full journal bearing is required for a shaft with a nominal diameter of 40 mm rotating at 1450 rpm. The load on the bearing is 2100 N. The lubricant can be supplied at an inlet temperature of 60°C using an available cooling system. Select a suitable lubricant and appropriate values for the radial clearance and bearing length. Determine the overall temperature rise in the bearing and the flow rate of lubricant required. Establish that the selected design lies within the optimum zone for minimum friction and maximum load on the minimum film thickness ratio chart.

4.15 A design proposal for a full film hydrodynamic bearing comprises a bearing of nominal diameter 30 mm, length 15 mm using ISO VG 22 lubricant supplied at 50°C. The bearing load is 1280 N and the rotational speed is 6000 rpm. The radial clearance for the bearing is 0.022 mm. Use the viscosity chart given in Figure 4.7 and the Raimondi and Boyd design charts given in Figures 4.11 to 4.14 to determine the lubricant flow rate, lubricant temperature rise and minimum film thickness. The initial guess for the temperature rise across the bearing can be taken as 30°C. If in place of ISO VG 22 oil, SAE 10 oil was used in the bearing determine the resulting temperature rise of the lubricant. Comment on the suitability of the proposed design and justify the selection of either ISO VG 22 or SAE 10 as a lubricant.

4.16 The drive shaft for a combine harvester supports two pulleys: one transmitting power from the engine and the other driving the cutter. The loads on the pulleys both act in the vertical plane as shown in Figure 4.33. If the diameter of the shaft is 50 mm and the maximum rotational speed is 300 rpm, design suitable hydrodynamic bearings for the shaft (after IMechE, 1994).

4.17 A bearing is required to support a radial load of 3200 N for a shaft of 50 mm nominal diameter spinning at 700 rpm. The desired life is 10 000 hours. Select and specify an appropriate bearing.

4.18 A straight cylindrical roller bearing operates with a load of 14.2 kN. The required life is 3800 hours at 925 rpm. What load rating should be used for selection from a bearing manufacturer's catalogue?

4.19 A bearing is required for the floating end of a heavy-duty lathe to carry a radial load of up to 9 kN. The shaft diameter is 50 mm and rotates at 3000 rpm. A life of 7500 hours for the bearings is desired. Select and specify an appropriate bearing.

4.20 A bearing is required to support a radial load of 2800 N for a shaft of 30 mm nominal diameter spinning at 750 rpm. The desired life is 10 000 hours. From the limited range available in Tables 4.7 to 4.9, select and specify an appropriate bearing, justifying the choice.

4.21 A bearing is required to provide axial location and support a radial load of 940 N for a shaft of 17 mm nominal diameter spinning at 570 rpm. The desired life is 10 years continuous operation. From the limited range available in Tables 4.7 to 4.9, select and specify an appropriate bearing, justifying the choice.

4.22 A bearing is required to support an equivalent radial load of 1290 N. The nominal diameter of the shaft is 25 mm and its design speed is 730 rpm. The desired life is 2 years continuous operation. If the bearing should support the load and provide axial location, then from the limited range available in Tables 4.7 to 4.9, select and specify an appropriate bearing, justifying the choice.

4.23 A bearing is required to support an equivalent radial load of 1130 N. The nominal diameter of the shaft is 20 mm and its design speed is 7000 rpm. The desired life is 1 year continuous operation. If the bearing should support the load and provide axial location, then from the limited range available in Tables 4.7 to 4.9, select and specify, detailing the bore, width and outer diameter an appropriate bearing, justifying the choice.

4.24 The bearing for a power transmission arrangement is required to carry an equivalent radial load of 2.4 kN at 3000 rpm. The nominal shaft diameter at the bearing is 30 mm. A life of 8760 hours is required. Select and specify an appropriate bearing from the limited range available in Tables 4.7 to 4.9.

4.25 The angular contact bearings of a dedicated lathe spindle are subjected to a cyclic load during a manufacturing process in an automated plant.

During the cycle a bearing experiences a radial load of 95 N for 30 s at 2500 rpm, 75 N for 45 s at 3500 rpm, and 115 N at 3100 rpm for 15 s. Calculate the mean cubic load which should be used for 4000 hours life.

4.26 The design for a 4 km long conveyor system consist of idler stations located 1 m apart. Each idler station comprises three rollers which rotate about stationary axles fixed to supports as illustrated in Figure 4.34. The outer diameter of the rollers is 100 mm and each roller has a mass of 6 kg. The two end rollers are angled at 30° to the horizontal. A belt weighing 40 kg/m runs over the rollers at 3 m/s. The expected maximum loading is 3000 tonnes of aggregate per hour and experience suggests that the central idler supports approximately 60 per cent of the load. Select appropriate bearings for the rollers (after IMechE, 1994).

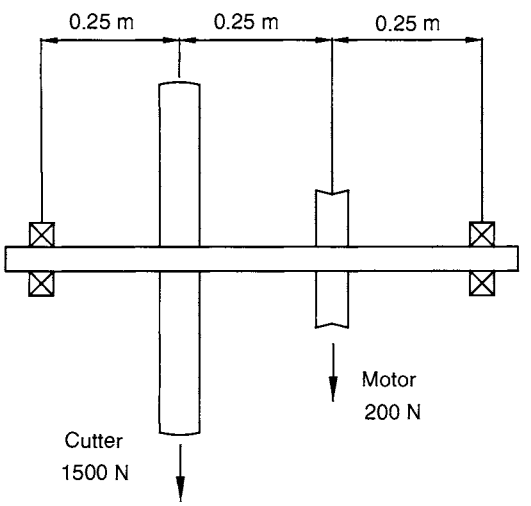


Figure 4.33 Agricultural machinery drive shaft. Reproduced from IMechE (1994).

Answers

4.3 $PV = 0.04188\,\text{MN m}^{-1}\text{s}^{-1}$. Carbon graphite.
4.4 $PV = 0.0297\,\text{MN m}^{-1}\text{s}^{-1}$. Thermoplastic.
4.5 24.5°C, 6525 mm^3/s, 0.45 N m, 141.1 W.
4.6 (i) 15.4°C, 1471 mm^3/s, 0.08 N m, 21 W.
(ii) 25.9°C, 822 mm^3/s, 0.085 N m, 22 W.
4.7 No unique solution.
4.8 (i) 17.1°C, 9200 mm^3/s, 0.00675, 0.008 mm.
(ii) 9.9°C, 13 160 mm^3/s, 0.0063, 0.00798 mm.
4.9 No unique solution.
4.10 No unique solution.
4.11 39.3°C, 2264 mm^3/s, 6.9 μm, 0.13 N m, 83.5 W.
4.12 19.2°C, 7544 mm^3/s, 1.7 N m, 143 W, 20 μm.
4.13 No unique solution.
4.14 No unique solution.
4.15 2624 mm^3/s, 31°C, 5.3 μm, 38.6°C.
4.16 No unique solution.
4.17 NU210E, $d = 50$ mm, $D = 90$ mm, $B = 20$ mm. Grease limit 6300 rpm.
4.18 70.7 kN.
4.19 $C = 78.2$ kN. No unique solution.
4.20 NU206E, $d = 30$ mm, $D = 62$ mm, $B = 16$ mm, $C = 38\,100$ N. Grease limit 9500 rpm.
4.21 6403, $d = 17$ mm, $D = 62$ mm, $B = 17$ mm, $C = 23\,000$ N. Grease limit 12 000 rpm.
4.22 6205, $d = 25$ mm, $D = 52$ mm, $B = 15$ mm, $C = 14\,050$ N. Grease limit 12 000 rpm.
4.23 6404, $d = 20$ mm, $D = 72$ mm, $B = 19$ mm.
4.24 6306, $d = 30$ mm, $D = 72$ mm, $B = 19$ mm. Grease limit 9000 rpm.
4.25 89.7 N.
4.26 Deep groove ball bearing. No unique answer.

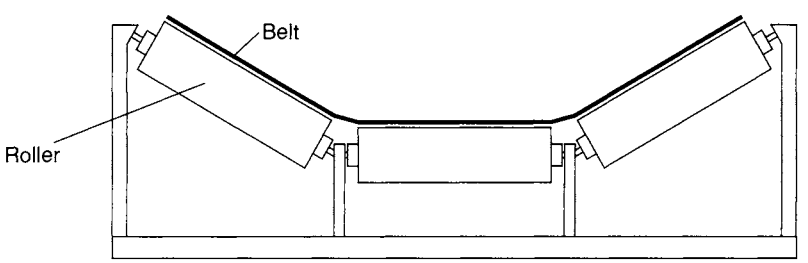


Figure 4.34 Conveyer belt idler station. Reproduced from IMechE (1994).